Кафедра океанологии

Презентация для курса «Волновые процессы в океане» на тему

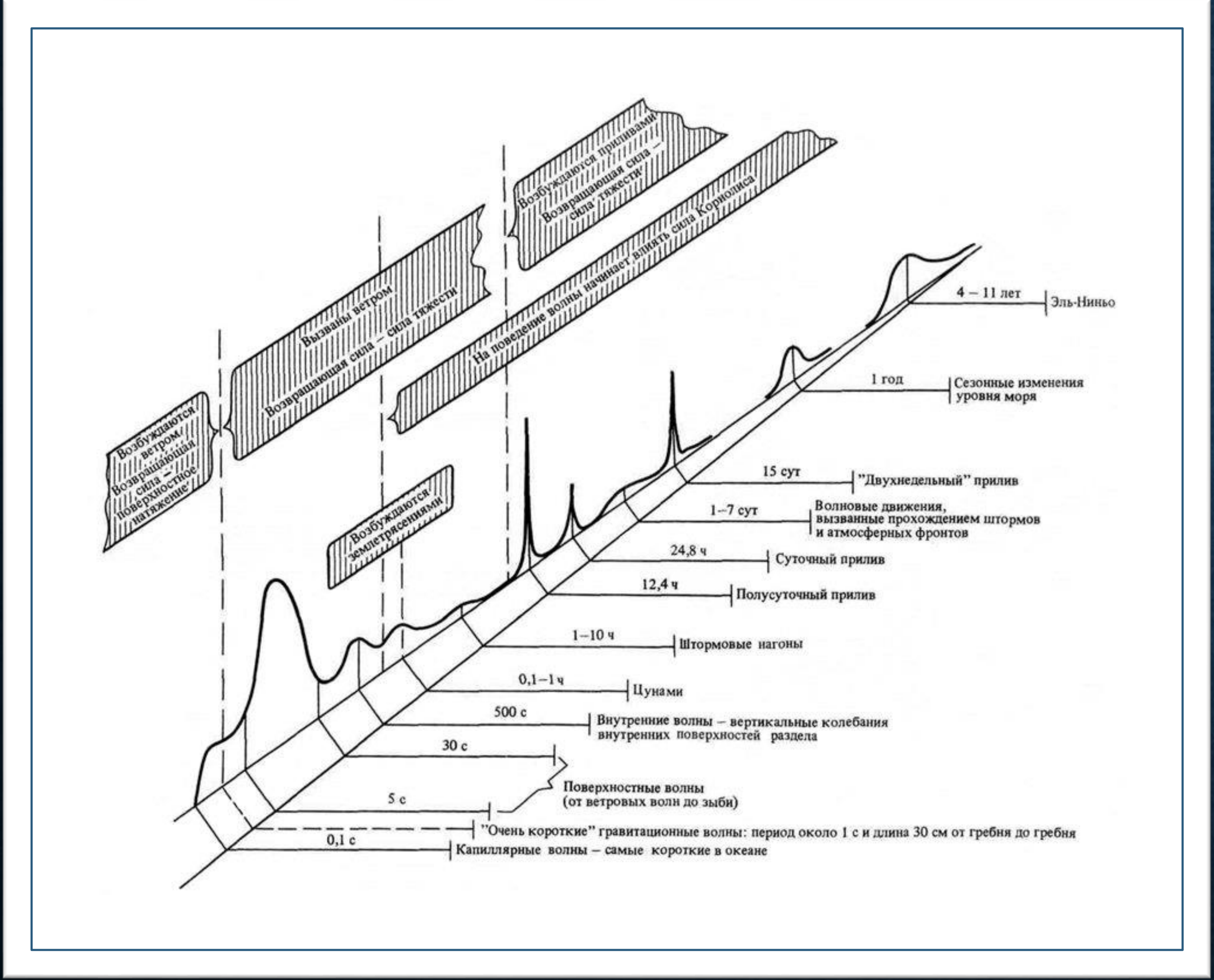
КАПИЛЛЯРНЫЕ ВОЛНЫ

Тюгалева Анастасия

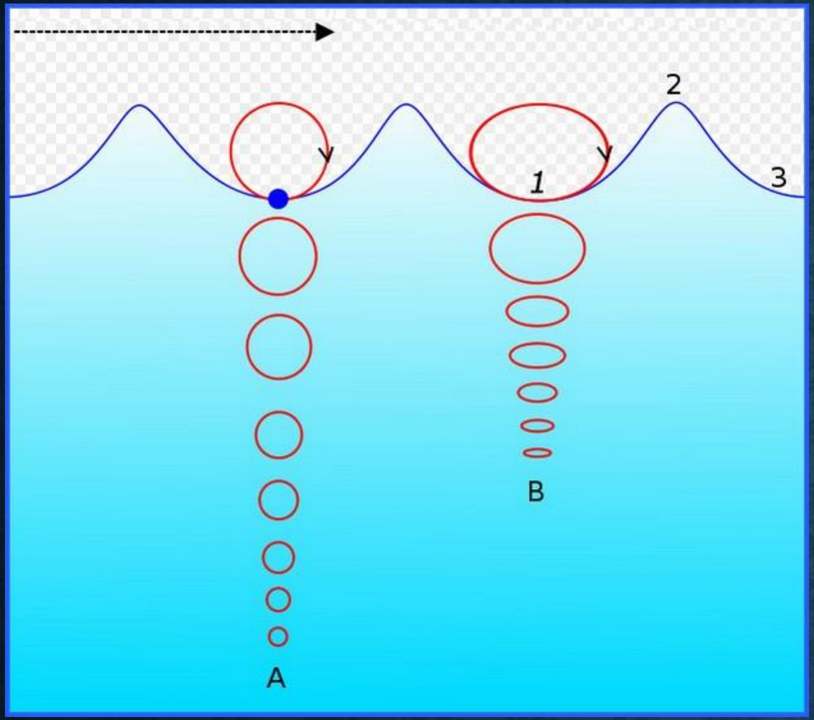
Санкт-Петербург, 2019

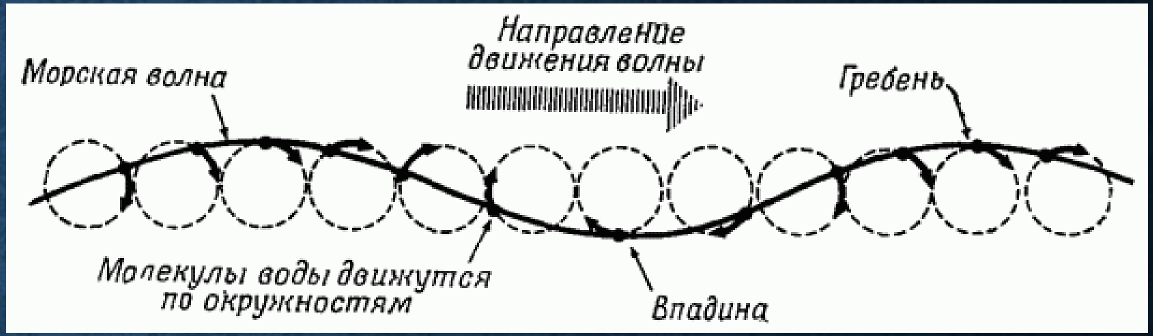
Капиллярные волны

- Волны на поверхности жидкости, свойства которых существенным образом определяются силами поверхностного натяжения.
- Самые короткие волны, наблюдаемые на поверхности моря, возбуждаются трением между двумя текучими средами – воздухом и водой.
- Иногда используют иное название капиллярных волн – «рябь»



Спектр волнения – распределение энергии между встречающимися в океанах всевозможными типами волн. Для всех волн указаны периоды





Капиллярные волны имеют длины порядка 1,7 см, а значит представляют собой класс волн глубокой воды. Здесь траектории движения частиц имеют вид окружностей и быстро уменьшаются с глубиной.

СВЯЗЬ ЧАСТОТЫ И ВОЛНОВОГО ЧИСЛА В КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛНАХ

Условие на поверхности, определяемое формулой Лапласса:

$$p - p_0 = -\alpha \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)$$

Рассмотрим несжимаемую жидкость:

$$\operatorname{div} v = 0 \Rightarrow v = \operatorname{grad} \varphi \Rightarrow \Delta\varphi = 0$$

Уравнение Эйлера:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{v^2}{2}+w=\mathrm{f(t)}$$

Т.к. жидкость несжимаема:

$$\nabla w=\frac{1}{\rho}\nabla p$$

Тогда:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{v^2}{2}+\frac{p}{\rho}=f(t)$$

И

$$p=-\rho g\zeta-\rho\frac{\partial\varphi}{\partial t}$$

Условие на поверхности несжимаемой жидкости для гравитационных волн:

$$\rho g \zeta + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \alpha \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^z \zeta}{\partial y^2} \right) = 0$$

Продифференцируем по t и произведем замену

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

Тогда:

$$\rho g \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) = 0$$

Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси X:

$$\varphi = A\mathrm{e}^{kz}\cos(kx - \omega t)$$

Подставим в уравнение

$$\rho g \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right) = 0$$

Выведем связь между ω и $\mathbf{k}$:

$$\omega^2 = gk + \frac{\alpha}{\rho}k^3$$

Пренебрегая силой тяжести, получим

$$\omega^2 = \frac{\alpha}{\rho}k^3$$

Бросая в воду камешки, смотри на круги, ими образуемые; иначе такое бросание будет пустою забавою.

Козьма Прутков